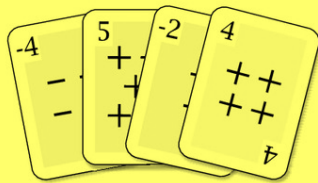




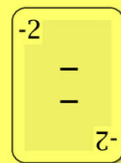
Odejmowanie liczb całkowitych

Odejmowanie dwóch dowolnych liczb można zilustrować za pomocą kart do gry „Minus z plusem”.

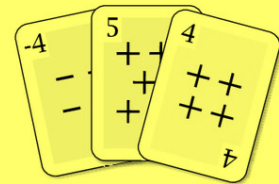
Losujemy kilka kart i ustalamy, ile łącznie mamy punktów. Następnie zabieramy jedną kartę i obliczamy nowy wynik.



Pierwszy wynik: 3



Odłożona karta: -2



Drugi wynik: 5

Zabieranie karty z liczbą -2 to jak odejmowanie liczby -2 od pierwszego wyniku. Można więc zapisać równość:

$$3 - (-2) = 5$$

przykłady

$$(-5) - 4 = (-5) + (-4) = -9$$

$$5 - (-2) = 5 + 2 = 7$$

$$6 - 10 = 6 + (-10) = -4$$

$$(-4) - (-3) = (-4) + 3 = -1$$



Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

Nauczmy się teraz obliczać iloczyny i ilorazy liczb dodatnich i ujemnych.

Łatwo jest ustalić wynik mnożenia liczby naturalnej przez liczbę ujemną — takie mnożenie można zastąpić dodawaniem:

$$2 \cdot (-3) = (-3) + (-3) = -6 \qquad 4 \cdot (-5) = (-5) + (-5) + (-5) + (-5) = -20$$

Iloczyny dwóch liczb, bez względu na kolejność czynników, powinny być równe. Wobec tego:

$$(-3) \cdot 2 = 2 \cdot (-3) = -6$$

$$(-5) \cdot 4 = 4 \cdot (-5) = -20$$

Przyglądając się równościom, które zapisano poniżej, można zauważyć, że gdy jeden z czynników zastępujemy liczbą do niego przeciwną, to wynik mnożenia zmienia znak.

$$2 \cdot 4 = 8$$

↑
liczby
przeciwnie

$$2 \cdot (-4) = -8$$

$$6 \cdot (-4) = -24$$

↑
liczby
przeciwnie

$$6 \cdot 4 = 24$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

↑
liczby
przeciwnie

$$(-3) \cdot 6 = -18$$

Wynik mnożenia liczby dodatniej i ujemnej jest liczbą ujemną.

 przykłady

$$2 \cdot (-4) = -8$$

$$(-3) \cdot 5 = -15$$

Wynik mnożenia dwóch liczb ujemnych jest liczbą dodatnią.

 przykłady

$$(-2) \cdot (-4) = 8$$

$$(-3) \cdot (-5) = 15$$

Wynik dzielenia liczby dodatniej przez liczbę ujemną (lub ujemnej przez dodatnią) jest liczbą ujemną.

 przykłady

$$12 : (-3) = -4$$

$$(-15) : 5 = -3$$

Wynik dzielenia liczby ujemnej przez liczbę ujemną (iloraz dwóch liczb ujemnych) jest liczbą dodatnią.

 przykłady

$$(-12) : (-3) = 4$$

$$(-15) : (-5) = 3$$

Liczby dodatnie zapisuje się czasami ze znakiem + (plus):

$$+3 = 3 \quad +8 = 8 \quad +135 = 135$$

Możemy więc powiedzieć, że liczby ujemne mają znak minus, a liczby dodatnie mają znak plus.

-5 i 7

Liczby o różnych znakach.

-2 i -5

Liczby o jednakowych znakach.

4 i 12

Liczby o jednakowych znakach.

Reguły dotyczące znaku iloczynu i ilorazu (dla liczb różnych od 0) można sformułować tak:

- Iloczyn i iloraz dwóch liczb o jednakowych znakach jest liczbą dodatnią.
- Iloczyn i iloraz dwóch liczb o przeciwnych znakach jest liczbą ujemną.

Znak liczby a	Znak liczby b	Znak iloczynu $a \cdot b$	Znak ilorazu $a : b$
+	+	+	+
+	-	-	-
-	+	-	-
-	-	+	+



przykłady

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$8 : 2 = 4$$

$$2 \cdot (-3) = -6$$

$$8 : (-2) = -4$$

$$(-2) \cdot 3 = -6$$

$$(-8) : 2 = -4$$

$$(-2) \cdot (-3) = 6$$

$$(-8) : (-2) = 4$$